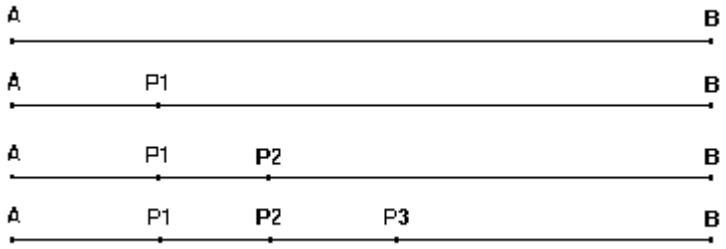
OLIMPIADAS DE MATEMÁTICAS
2º CICLO DE LA ESO

1.- Segmentos en un segmento.

Fíjate en las siguientes figuras y analiza el modo en el que vamos construyendo cada una de ellas a partir de la anterior. Observarás que partiendo del segmento AB, vamos colocando cada vez un punto más en su interior

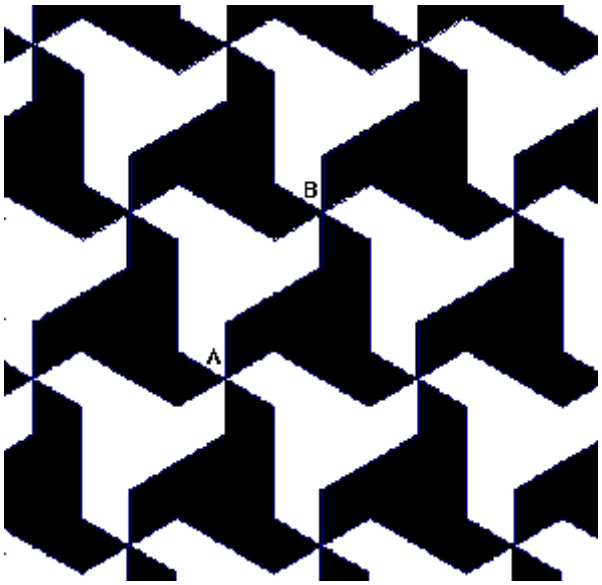


Analiza cuántos segmentos tendremos si se colocan n puntos en su interior.

Solución: n + 1

2.- El mosaico.

Calcula el área de las baldosas que forman el mosaico de la siguiente figura, sabiendo que el segmento AB mide 5,5 cm.



Solución: 4,907 cm^2

3.- Curiosa multiplicación.

Analiza el producto de números de dos cifras (unidades y decenas), en aquellos casos en los que la cifra de las decenas de ambos números sea la misma, y las cifras de las unidades sumen diez.

Describe cómo podríamos obtener el resultado de la multiplicación de números que cumplen estas características, sin necesidad de realizar el conocido algoritmo o la calculadora.

Solución: $100\,(x^2 + x) + (10 - y)\,y$, siendo x las decenas e y las unidades.

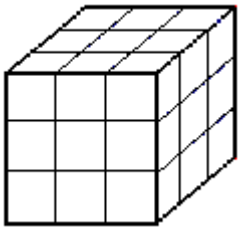
4.- El cubo.

Pintamos un cubo de color azul y después lo cortamos en 3x3x3 = 27 cubitos tal y como se muestra en la figura.

Cuántos de estos cubos más pequeños tendremos:

- con una cara pintada de azul.
- con dos caras pintadas de azul.
- con tres caras pintadas de azul.
- sin caras pintadas de azul.

Si después de pintar el cubo lo cortáramos en 4x4x4 = 64 cubitos, ¿cuántos tendrían ahora una, dos, tres o ninguna cara pintada?



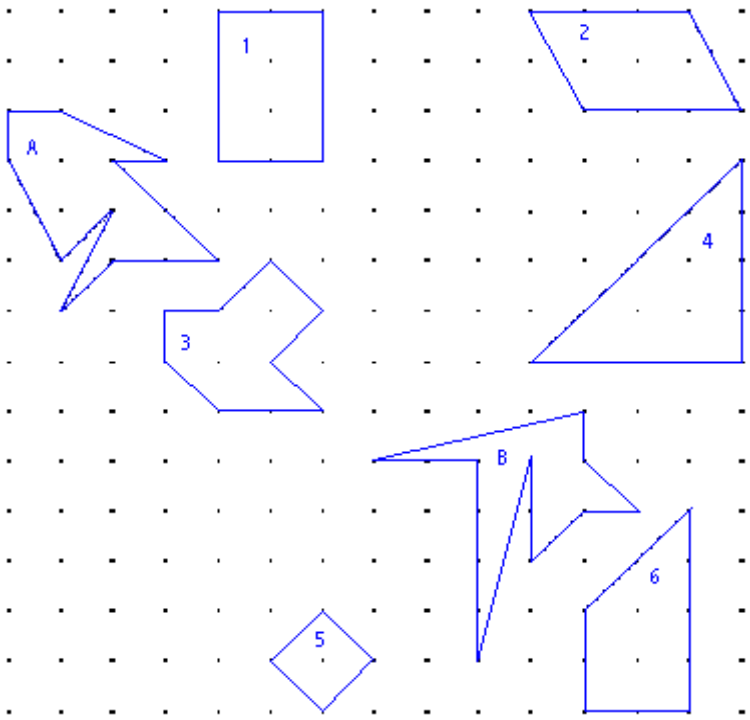
Solución:

- 6, 12, 8 y 1.
- 24, 24, 8 y 8.

5.- Problema ortogonal.

Sobre la trama ortogonal que os presentamos en la siguiente figura, hemos dibujado una serie de polígonos, algunos de ellos tienen un número y otros tienen una letra. Analizar en primer lugar aquellos en los que hemos colocado un número.

Suponiendo que el área de cada uno de los cuadraditos de la trama es de 1 cm^2, tratar de encontrar la expresión que relaciona el área de cualquiera de esos polígonos con la cantidad de puntos que están sobre el perímetro del polígono y con los que quedan en su interior. Una vez que hayáis encontrado esa fórmula, utilizarla para calcular el área de los polígonos que tienen una letra.



Solución: $\frac{(n1 + 2n2) - 2}{2}$ siendo n1 = número de puntos del perímetro y n2 = del interior

6.- Adivina el número.

Seguro que alguna vez has jugado a adivinar números. Te proponemos el siguiente juego: piensa un número, súmale uno, multiplica el resultado por dos, súmale tres, réstale cuatro y por último suma a ese resultado el número que has pensado multiplicado por cinco. Supón que el número que has obtenido al final de hacer todas estas operaciones es el 36, con lo que nosotros te aseguramos que, sin ninguna duda, el número que tú habías pensado al principio era el 5. Trata de descubrir el razonamiento que hemos seguido para adivinar el número que habías pensado.

A partir de lo que hayas averiguado, describe con tus propias palabras qué estrategia tendríamos que seguir para, en el caso de proponerle este juego a otra persona, adivinar el número que ha pensado al principio.

Solución:

El número menos 1 y luego se divide entre 7.

7.- Los cilindros.

Determina cuál de los dos cilindros que te describimos a continuación tiene un volumen mayor. El primero es el doble de alto que el segundo, mientras que el radio del segundo es una vez y media mayor que el del primero.

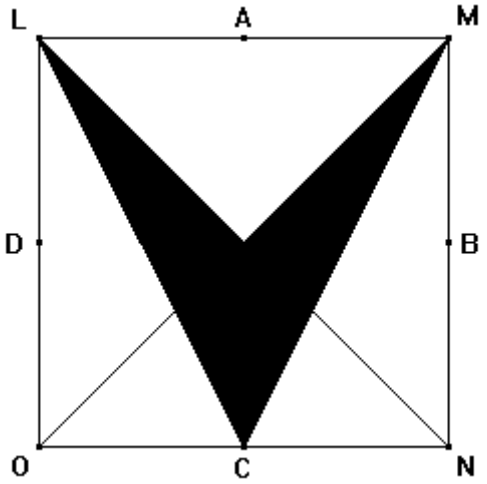
Solución: el segundo es más grande que el primero.

8.- La flecha.

En relación a la figura anterior podemos decirte que:

- El lado del cuadrado **LMNO**, tiene una longitud de 20 dm.
- **A, B, C y D,** son los puntos medios de cada uno de sus lados.

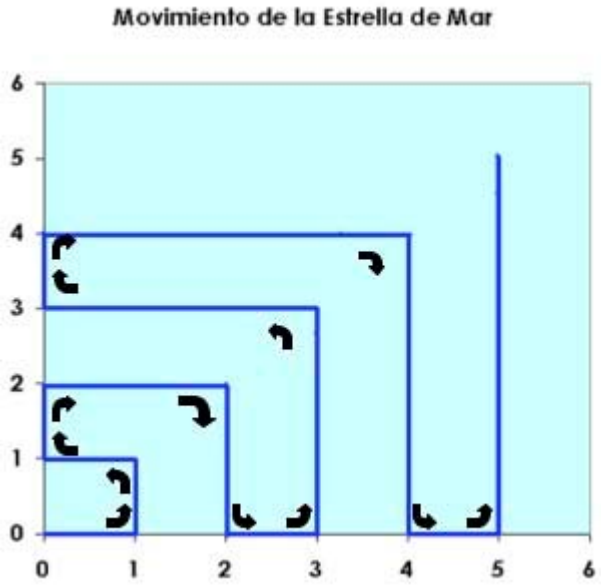
Sabiendo esto, halla la superficie sombreada que se ha obtenido al trazar los segmentos **LC** y**MC** y las diagonales **LN** y **MO**.



Solución: 25 cm^2.

9.- La estrella se mueve.

En un instituto oceanográfico se estudia el movimiento de las estrellas de mar. Para ello, los científicos se fijan en la posición de una estrella de mar minuto a minuto, de la forma siguiente: durante el primer minuto va desde el origen al punto (1,0). Luego continúa con la trayectoria indicada en la figura con una velocidad constante, de forma que, en cada minuto, recorre una unidad de distancia con camino paralelo a alguno de los ejes de coordenadas. ¿En qué punto estará la estrella de mar al cabo de una hora y media?



Solución: (30,0)

10.- La agencia de viajes.

Un grupo de amigos va a abrir una agencia de viajes. Para ello deciden seleccionar a los empleados por entrevista personal.

A la entrevista se presentan noventa personas, de los cuales diez no han trabajado nunca como representante ni en turismo.

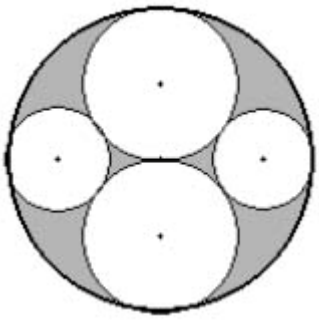
Sesenta y cinco de ellos han trabajado como representante y cincuenta y ocho tienen experiencia en turismo.

¿Cuántas personas de las que se han presentado tienen experiencia tanto como representante como en turismo?

Solución: 53

11.- Vamos a bailar.

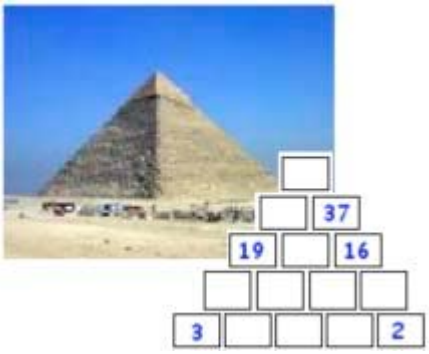
Se está diseñando un salón con las pistas de baile interiores como muestra la figura siguiente. La parte sombreada es la zona ajardinada. El radio de la pista mayor es de 30 m. ¿Cuál es la superficie de baile que pueden utilizar los asistentes a estas pistas?



Solución: 7068'59 m^2.

12.- Números en las pirámides:

Para levantar la Gran Pirámide de Kefrén se cortaron dos millones de bloques de piedra. La habilidad matemática de los egipcios hizo posible estas construcciones. Las piedras de nuestra pirámide están numeradas con la suma de los números de las dos piedras sobre las que se apoyan. ¿Qué numeración llevarán las piedras en blanco?



Solución: Empezando por la fila de abajo: 3, 5, 6, 4 y 2; 8, 11, 10, 6; 19, 21, 16; 40 y 37; 77.

13.- El Panal.

Para formar sus panales, las abejas construyen pequeñas celdillas de cera, en forma de hexágonos regulares, que encajan perfectamente unos con otros, de forma que cada lado de un hexágono está compartido con el hexágono de al lado. El lado de cada uno de esos hexágonos suele ser de 6 milímetros aproximadamente, y para cada milímetro las abejas emplean aproximadamente 1 mg de cera. ¿Cuánto pesará una fila del panal formada por 200 hexágonos?

Solución: 6006 mg.

14.- La cinta transportadora.

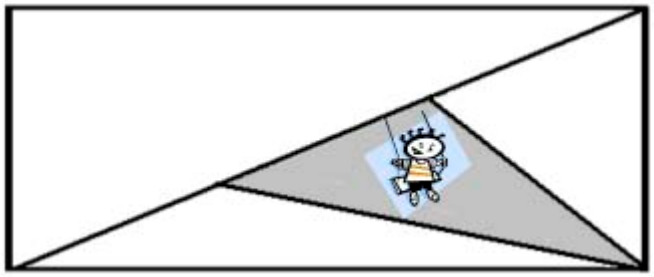
En la estación de Metro de Nuevos Ministerios una cinta transportadora, de 40 metros de larga, lleva a la gente de un extremo a otro de un pasillo en 40 segundos. Cuando la cinta no funciona, una persona tarda 60 segundos en recorrer esa misma distancia.

¿Cuánto tiempo necesitaría, para recorrer el pasillo, esa misma persona, si va andando por la cinta mientras ésta está en funcionamiento?

Solución: 24 sg.

15.- Diseño urbanístico.

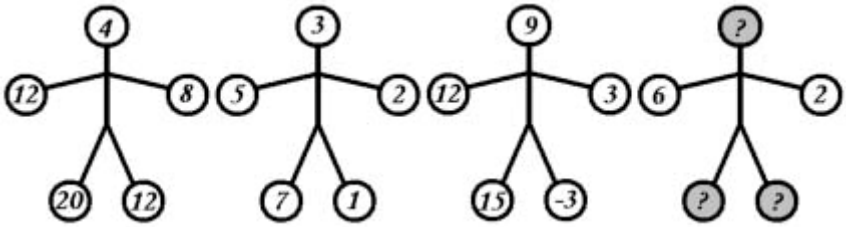
En un terreno rectangular de 80 m de largo y 30 m de ancho se va a construir un parque como el de la figura. Como ves, se han delimitado cuatro zonas distintas trazando la diagonal y dividiendo uno de los triángulos resultantes en otros tres triángulos más pequeños, de forma que la diagonal quede dividida en tres partes iguales.



Solución: 400 m^2.

16.- El hombrecillo de Numerolandia.

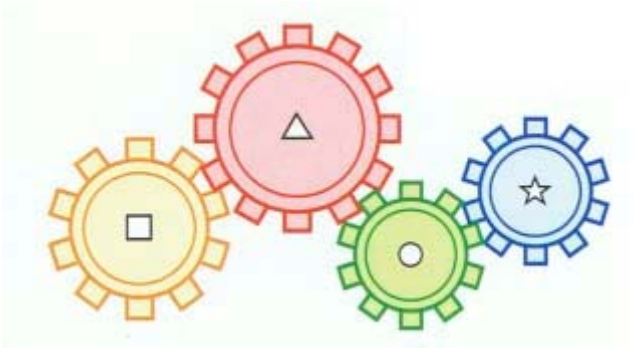
En Numerolandia consideran los números la base de su civilización lo que siempre les trae de cabeza. Pueden averiguar lo que le falta al último hombrecillo a partir de la información que te dan los tres primeros.



Solución: El número de la cabeza es 4, el de la pierna situada a la izquierda de la imagen es 8 y a la derecha es 0.

17.- Salvando a Indiana Jones.

En una aventura, Indiana Jones ha quedado atrapado en una habitación, cuya única salida es una puerta conectada al siguiente mecanismo de ruedas dentadas. Al girar la primera rueda el movimiento se transmite a las otras tres.



La puerta sólo se abre si al girar la rueda de la izquierda, todas las ruedas vuelven a quedar en la misma posición. Las ruedas con el cuadrado, triángulo, círculo y estrella tienen diez, doce, diez y diez dientes, respectivamente. ¿Cuántos dientes tendrá que avanzar Indiana en la primera rueda para que las cuatro vuelvan a estar en la misma posición?

Solución: 12.

18.- Financiación.

Cuando esta mañana Luís entró en clase, muy sonriente, dijo a sus compañeros: -No os preocupéis. Ya podemos irnos de viaje de fin de curso. He soñado que nos tocaba la Lotería. Recuerdo que era un número de cuatro cifras. La cifra de las unidades de millar es el triple que la de las unidades; la de las centenas, la cuarta parte de las decenas y la suma de la primera y última cifras es igual al doble de la cifra de las decenas. ¿Qué os parece? - Que si compramos ese número y nos toca, seremos amigos para siempre.

¿Qué número de Lotería deben comprar para que se cumpla su sueño?

Solución: 6142.

19.- Un compañero nuevo.

En la residencia de estudiantes ha llegado un alumno nuevo extranjero. Al preguntarle a Juan, el conserje, de dónde era, nos ha contestado que sólo ha visto una bandera en el chándal que traía. Los colegas hemos ido dibujando banderas y enseñándoselas a Juan, quien nos ha dado la siguiente información:

Marrón Blanco Morado	*Esta bandera no tiene ningún color en común con la bandera.* 1	Azul Verde Rojo	*Ésta tiene un color en común pero mal colocado.* 4
Verde Azul Amarillo	*Ésta tiene solo un color en común en la posición adecuada.* 2	Negro Verde Morado	*Tiene un color en común en su sitio.* 5
Amarillo Marrón Blanco	*Ésta tiene un color en común pero mal colocado.* 3		¿De dónde es el nuevo alumno?

Solución: Negro, Rojo y Amarillo, es de Alemania.

20.- ¿Cuántos capicúas de tres cifras son múltiplos de 11?

Solución: ocho.

21.- El mínimo común múltiplo de $3.\ 10^3$, 4.10^4, $25.\ 10^5$, $9.\ 10^6$, es:

Solución: $45.\ 10^6$

22.- El número m verifica que cada pareja de los números 25 , 42 y m tiene el mismo máximo común divisor y cada pareja de los números 6, 15 y m tiene el mismo mínimo común múltiplo.

Solución: 30

23.- Un cono y un cilindro comparten la base circular y tienen la misma altura. Si el cono tiene de volumen 112 dm^3, el volumen del cilindro es en dm^3.

Solución: 36.

24.- Pedro se dirige a Santiago de Compostela que está a 300 km, caminando 24 km al día. Quiere llegar el 25 de julio, fiesta del Santo, y coincidir ese día allí con Celia que hace una marcha de 18 km diarios. Si han salido el mismo día, ¿a cuántos km como máximo estaba Celia de Santiago?

Solución: 234.

25.- Un triángulo rectángulo isósceles tiene 4 cm 2 de área. Su perímetro, en cm, es:

Solución: 4 (1 + Raiz de 2)

26.- Si A, B y C son números para los que 1001C – 2002A = 4004 y 1001B + 3003A= 5005, la media arimética de ellos es:

Solución: 3.

27.- ¿Cuánto vale el cociente de $2^{2001} \times 3^{2003} / 6^{2002}$?

Solución: 3/2

28.- En cierto año, el mes de julio tiene lunes. De los siguientes días de la semana. ¿Cuál es seguro que no aparece 5 veces en el mes de agosto de ese mismo año?

Solución: domingo.

29.- El profesor le pidió a Sara que restara 3 de cierto número y luego dividiera el resultado entre 9. En vez de hacer eso, Sara le restó 9 al número y dividió el resultado entre 3, obteniendo 43. ¿Qué habría obtenido si hubiera hecho lo que le dijeron?

Solución: 15.

30.- Hay solamente dos números de dos cifras que son el triple del producto de sus cifras. ¿Cuál es ese número?

Solución: 360.